सरल रेखाएँ

इस अध्याय के सभी महत्वपूर्ण प्रश्न – उत्तर सहित। पहले खुद हल करने की कोशिश करो, फिर उत्तर मिलाओ।

अभ्यास प्रश्न-उत्तर (हर टॉपिक से)

» निर्देशांक ज्यामिति की मूल अवधारणाओं की पुनरावृति

प्रश्न 1 (आसान). बिंदु P(1,2) और Q(4,6) के बीच की दूरी क्या है?

उत्तर – 5 इकाई

प्रश्न 2 (आसान). बिंदु (0,0) और (3,4) के बीच की दूरी क्या है?

उत्तर – 5 इकाई

प्रश्न 3 (मध्यम). बिंदु (3, -1) और (8, 9) को मिलाने वाले रेखाखंड को 2:3 के अनुपात में अंतः विभाजित करने वाले बिंदु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

उत्तर – (5, 3)

प्रश्न 4 (कठिन). एक त्रिभुज के शीर्ष (1,-1), (-4,6) और (-3,-5) हैं। इसका क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

उत्तर – 24 वर्ग इकाई

» रेखा का झुकाव और ढाल (Slope)

प्रश्न 5 (आसान). यदि किसी रेखा का झुकाव 45° है, तो उसका ढाल क्या होगा?

उत्तर – m = 1

प्रश्न 6 (आसान). अगर किसी रेखा का ढाल 0 है, तो उसका झुकाव क्या होगा?

उत्तर – = 0°

प्रश्न 7 (मध्यम). यदि किसी रेखा का झुकाव 135° है, तो उसका ढाल ज्ञात कीजिए।

उत्तर – m = -1

प्रश्न 8 (कठिन). एक रेखा y-अक्ष के समानांतर है। उसका ढाल क्या होगा?

उत्तर – ढाल अपरिभाषित (Undefined)

» दो बिंदुओं से होकर जाने वाली रेखा की ढाल

प्रश्न 9 (आसान). बिंदु (1, 3) और (4, 9) से होकर जाने वाली रेखा की ढाल क्या होगी?

उत्तर – 2

प्रश्न 10 (आसान). बिंदु (0, 0) और (5, 10) से होकर जाने वाली रेखा की ढाल ज्ञात कीजिए।

उत्तर – 2

प्रश्न 11 (मध्यम). बिंदु (-2, 6) और (4, -8) से होकर जाने वाली रेखा की ढाल ज्ञात कीजिए।

उत्तर – -7/3

प्रश्न 12 (कठिन). यदि एक रेखा बिंदु (a, b) और (c, d) से होकर जाती है, तो उसकी ढाल का सूत्र क्या होगा?

उत्तर – (d - b) / (c - a)

» समांतर और लंबवत रेखाओं के प्रतिबंध

प्रश्न 13 (आसान). यदि एक रेखा की ढाल 3 है, तो उसके समांतर रेखा की ढाल क्या होगी?
उत्तर – 3

प्रश्न 14 (आसान). यदि एक रेखा की ढाल 2/3 है, तो उसके लंबवत रेखा की ढाल क्या होगी?
उत्तर – -3/2

प्रश्न 15 (मध्यम). बिंदुओं (1, 2) और (3, 4) से जाने वाली रेखा की ढाल ज्ञात करें। फिर बताएं कि क्या यह रेखा, बिंदुओं (0, 5) और (-2, 3) से जाने वाली रेखा के समांतर है?
उत्तर – पहली रेखा की ढाल m1 = (4-2)/(3-1) = 2/2 = 1। दूसरी रेखा की ढाल m2 = (3-5)/(-2-0) = -2/-2 = 1। क्योंकि m1 = m2, इसलिए रेखाएँ समांतर हैं।

प्रश्न 16 (कठिन). यदि एक रेखा A(-1, y) और B(3, 2) से होकर जाती है, और यह रेखा दूसरी रेखा C(4, 5) और D(0, 1) के लंबवत है, तो y का मान ज्ञात करें।
उत्तर – रेखा AB की ढाल m1 = (2 - y) / (3 - (-1)) = (2 - y) / 4। रेखा CD की ढाल m2 = (1 - 5) / (0 - 4) = -4 / -4 = 1। चूंकि रेखाएँ लंबवत हैं, m1 * m2 = -1। तो [(2 - y) / 4] * 1 = -1। (2 - y) / 4 = -1। 2 - y = -4। y = 2 + 4 = 6।

» दो रेखाओं के बीच का कोण

प्रश्न 17 (आसान). यदि एक रेखा की ढाल 2 और दूसरी की 3 है, तो उनके बीच का न्यून कोण ज्ञात कीजिए।
उत्तर – tan = |(3-2)/(1+2*3)| = |1/7|, = $\tan^{-1}(1/7)$

प्रश्न 18 (आसान). यदि दो रेखाएँ लंबवत हैं, तो उनके बीच का कोण क्या होगा?
उत्तर – 90°

प्रश्न 19 (मध्यम). एक रेखा की ढाल 1 है और दूसरी रेखा x-अक्ष की धनात्मक दिशा से 60° का कोण बनाती है। इन दोनों रेखाओं के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।
उत्तर – दूसरी रेखा की ढाल tan 60° = 3। tan = |(3-1)/(1+3*1)| = |(3-1)/(3+1)| = $|(3-1)^2 / (3-1)|$ = |(3+1-23)/2| = |(4-23)/2| = |2-3|, = $\tan^{-1}(2-3)$ = 15°

प्रश्न 20 (कठिन). यदि दो रेखाओं के बीच का कोण 45° है और एक रेखा की ढाल दूसरी रेखा की ढाल से दुगुनी है, तो दोनों रेखाओं की ढालें ज्ञात कीजिए।
उत्तर – माना ढालें m और 2m हैं। tan 45° = 1 = |(2m-m)/(1+m*2m)| => 1 = $|m/(1+2m^2)|$। केस 1: $m/(1+2m^2)$ = 1 => m = $1+2m^2$ => $2m^2$-m+1=0 (कोई वास्तविक हल नहीं)। केस 2: $m/(1+2m^2)$ = -1 => m = $-1-2m^2$ => $2m^2$+m+1=0 (कोई वास्तविक हल नहीं)। यहाँ कुछ 'error' है, प्रश्न में शायद कुछ और मान होना चाहिए था। यदि प्रश्न को ऐसे बदलें कि 'tangent' 1/3 हो, जैसा कि किताब के उदाहरण 10 में है, तो हल 'm=1' और 'm=2' या 'm=-1/2' और 'm=-1' होगा।

» क्षैतिज एवं ऊर्ध्वाधर रेखाओं के समीकरण

प्रश्न 21 (आसान). बिंदु (5, -1) से गुजरने वाली और x-अक्ष के समांतर रेखा का समीकरण क्या है?
उत्तर – y = -1

प्रश्न 22 (आसान). बिंदु (0, 7) से गुजरने वाली और y-अक्ष के समांतर रेखा का समीकरण क्या है?
उत्तर – x = 0 (जो कि y-अक्ष का ही समीकरण है)

प्रश्न 23 (मध्यम). ऐसी रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए जो x-अक्ष से 4 इकाई नीचे है।
उत्तर – y = -4

प्रश्न 24 (कठिन). यदि एक रेखा y-अक्ष के समांतर है और (-3, 2) से होकर जाती है, तो उसका समीकरण क्या है?
उत्तर – x = -3

» बिंदु-ढाल रूप में रेखा का समीकरण

प्रश्न 25 (आसान). बिंदु (1, 2) से जाने वाली और ढाल 5 वाली रेखा का समीकरण क्या होगा?
उत्तर – y - 2 = 5(x - 1)

प्रश्न 26 (आसान). बिंदु (0, 0) से जाने वाली और ढाल 'm' वाली रेखा का समीकरण क्या होगा?
उत्तर – y = mx

प्रश्न 27 (मध्यम). बिंदु (4, -1) से जाने वाली और ढाल -2 वाली रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।
उत्तर – 2x + y - 7 = 0

प्रश्न 28 (कठिन). एक रेखा बिंदु (-3, 5) से जाती है और x-अक्ष के साथ 45° का कोण बनाती है। रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।
उत्तर – x - y + 8 = 0

» दो-बिंदु रूप में रेखा का समीकरण

प्रश्न 29 (आसान). बिंदुओं (2, 1) और (4, 3) से होकर जाने वाली रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।
उत्तर – x - y - 1 = 0

प्रश्न 30 (आसान). बिंदुओं (0, 0) और (2, 4) से होकर जाने वाली रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।
उत्तर – 2x - y = 0

प्रश्न 31 (मध्यम). बिंदुओं (-1, 5) और (3, -2) से होकर जाने वाली रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।
उत्तर – 7x + 4y - 13 = 0

प्रश्न 32 (कठिन). एक रेखा बिंदुओं (a, b) और (-a, -b) से होकर जाती है। इसका समीकरण ज्ञात कीजिए।
उत्तर – bx - ay = 0

» ढाल-अंतःखंड रूप में रेखा का समीकरण

प्रश्न 33 (आसान). उस रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसकी ढाल 5 है और y-अक्ष पर अंतःखंड 7 है।
उत्तर – y = 5x + 7

प्रश्न 34 (आसान). एक रेखा का समीकरण `y = -3x + 4` है। इसकी ढाल और y-अंतःखंड बताइए।
उत्तर – ढाल = -3, y-अंतःखंड = 4

प्रश्न 35 (मध्यम). उस रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए जो y-अक्ष को 3 पर काटती है और जिसका झुकाव 45° है।
उत्तर – y = x + 3 (ढाल m = tan 45° = 1)

प्रश्न 36 (कठिन). एक रेखा बिंदु (0, -5) से गुजरती है और x-अक्ष की धनात्मक दिशा के साथ 135° का कोण बनाती है। रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।
उत्तर – y = -x - 5 (y-अंतःखंड c = -5, ढाल m = tan 135° = -1)

» अंतःखंड रूप में रेखा का समीकरण

प्रश्न 37 (आसान). वह रेखा जो x-अक्ष को 5 पर और y-अक्ष को 4 पर काटती है, उसका समीकरण क्या होगा?
उत्तर – 4x + 5y = 20

प्रश्न 38 (आसान). यदि x-अंतःखंड -2 और y-अंतःखंड -3 है, तो रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।

उत्तर – 3x + 2y + 6 = 0

प्रश्न 39 (मध्यम). रेखा `3x + 2y - 12 = 0` के x- और y-अंतःखंड ज्ञात कीजिए।

उत्तर – x-अंतःखंड = 4, y-अंतःखंड = 6

प्रश्न 40 (कठिन). एक रेखा बिंदु (2, 3) से होकर जाती है और अक्षों पर समान अंतःखंड काटती है। रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।

उत्तर – x + y = 5

» रेखा का व्यापक रैखिक समीकरण

प्रश्न 41 (आसान). समीकरण '2x - y = 3' को व्यापक रूप में लिखें।

उत्तर – 2x - y - 3 = 0

प्रश्न 42 (आसान). समीकरण 'y = -3x + 5' में A, B, C के मान बताएं।

उत्तर – A = 3, B = 1, C = -5

प्रश्न 43 (मध्यम). समीकरण '5 = 2x - 7y' को 'Ax + By + C = 0' के रूप में लिखें।

उत्तर – 2x - 7y - 5 = 0

प्रश्न 44 (कठिन). यदि रेखा y-अक्ष के समांतर है और x-अक्ष को (3,0) पर काटती है, तो इसका व्यापक समीकरण क्या होगा?

उत्तर – x - 3 = 0

» एक बिंदु की रेखा से दूरी

प्रश्न 45 (आसान). बिंदु (1, 2) की रेखा x + y - 1 = 0 से दूरी ज्ञात कीजिए।

उत्तर – 2/2 या 2 इकाई

प्रश्न 46 (आसान). बिंदु (0, 0) की रेखा 3x + 4y - 10 = 0 से दूरी ज्ञात कीजिए।

उत्तर – 2 इकाई

प्रश्न 47 (मध्यम). बिंदु (-1, 1) की रेखा 12(x + 6) = 5(y - 2) से दूरी ज्ञात कीजिए।

उत्तर – 13/13 = 1 इकाई

प्रश्न 48 (कठिन). x-अक्ष पर उन बिंदुओं को ज्ञात कीजिए जिनकी रेखा x/3 + y/4 = 1 से दूरी 4 इकाई है।

उत्तर – (7, 0) और (-17, 0)

» दो समांतर रेखाओं के बीच की दूरी

प्रश्न 49 (आसान). रेखाओं x + 2y + 3 = 0 और x + 2y + 7 = 0 के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

उत्तर – 4/5 इकाई

प्रश्न 50 (आसान). रेखाओं 4x + 3y - 1 = 0 और 4x + 3y - 11 = 0 के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

उत्तर – 2 इकाई

प्रश्न 51 (मध्यम). रेखाओं 5x - 12y + 26 = 0 और 5x - 12y - 13 = 0 के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

उत्तर – 3 इकाई

प्रश्न 52 (कठिन). यदि रेखाएँ y = 2x + 5 और y = 2x - 3 हैं, तो उनके बीच की दूरी ज्ञात कीजिए। (पहले इन्हें Ax + By + C = 0 रूप में बदलो)

उत्तर – 8/5 इकाई

हल किए हुए उदाहरण (step-by-step)

उदाहरण 1. बिंदु A(2,3) और B(5,7) के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए। साथ ही, उस बिंदु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जो रेखाखंड AB को 1:2 के अनुपात में अंतः विभाजित करता है।

› पहले 'दूरी सूत्र' (Distance Formula) लगाएंगे: x=2, y=3, x=5, y=7।
› दूरी = [(5-2)² + (7-3)²] = [3² + 4²] = [9 + 16] = 25 = 5 इकाई।
› अब 'विभाजन सूत्र' लगाएंगे: m=1, n=2, x=2, y=3, x=5, y=7।
› x-नरि्देशांक = (1∗5 + 2∗2) / (1+2) = (5+4)/3 = 9/3 = 3।
› y-नरि्देशांक = (1∗7 + 2∗3) / (1+2) = (7+6)/3 = 13/3।
› तो विभाजन बिंदु के निर्देशांक (3, 13/3) हैं।

उत्तर – A और B के बीच की दूरी 5 इकाई है, और विभाजन बिंदु के निर्देशांक (3, 13/3) हैं।

उदाहरण 2. यदि किसी रेखा का झुकाव 60° है, तो उसका ढाल ज्ञात कीजिए।

› हमें रेखा का झुकाव () दिया गया है: = 60°।
› ढाल (m) का सूत्र है: m = tan ।
› अब, का मान सूत्र में रखेंगे: m = tan 60°।
› हम जानते हैं कि tan 60° का मान 3 होता है।
› तो, m = 3।

उत्तर – रेखा का ढाल 3 है।

उदाहरण 3. उन रेखाओं के ढाल ज्ञात कीजिए जो बिंदु (-3, 5) और (2, 7) से होकर जाती है।

› सबसे पहले, दिए गए बिंदुओं को पहचानिए: पहला बिंदु (x1, y1) = (-3, 5) और दूसरा बिंदु (x2, y2) = (2, 7)।
› अब ढाल का सूत्र लिखिए: m = (y2 - y1) / (x2 - x1)।
› सूत्र में मान रखिए: m = (7 - 5) / (2 - (-3))।
› अंश (numerator) को हल कीजिए: 7 - 5 = 2।
› हर (denominator) को हल कीजिए: 2 - (-3) = 2 + 3 = 5।
› अंतिम ढाल ज्ञात कीजिए: m = 2/5।

उत्तर – रेखा की ढाल 2/5 है।

उदाहरण 4. एक रेखा बिंदु (2, 3) और (4, 5) से होकर जाती है। दूसरी रेखा बिंदु (1, 6) और (3, 4) से होकर जाती है। क्या ये दोनों रेखाएँ समांतर हैं या लंबवत?

› पहले पहली रेखा की ढाल (m1) निकालते हैं: m1 = (5 - 3) / (4 - 2) = 2 / 2 = 1।
› अब दूसरी रेखा की ढाल (m2) निकालते हैं: m2 = (4 - 6) / (3 - 1) = -2 / 2 = -1।
› अब ढालों की तुलना करते हैं। क्या m1 = m2 है? नहीं, 1 और -1 बराबर नहीं हैं, तो रेखाएँ समांतर नहीं हैं।
› क्या m1 ∗ m2 = -1 है? हाँ, 1 ∗ (-1) = -1।
› चूंकि ढालों का गुणनफल -1 है, तो रेखाएँ लंबवत हैं।

उत्तर – दोनों रेखाएँ परस्पर लंबवत (perpendicular) हैं।

उदाहरण 5. यदि दो रेखाओं के बीच का कोण /4 (45 डिग्री) है और एक रेखा की ढाल 1/2 है, तो दूसरी रेखा की ढाल ज्ञात कीजिए।

› हमें पता है कि 'tan = |(m2 - m1) / (1 + m1 ∗ m2)|' होता है।
› यहाँ = /4 है, तो 'tan(/4)' क्या होगा? हाँ, '1'।
› एक रेखा की ढाल 'm1 = 1/2' दी है, और दूसरी ढाल को 'm2' मान लेते हैं।
› सूत्र में मान रखने पर: '1 = |(m2 - 1/2) / (1 + (1/2) ∗ m2)|'
› अब, हम 'absolute value' हटाते हैं, तो '1 = (m2 - 1/2) / (1 + m2/2)' या '-1 = (m2 - 1/2) / (1 + m2/2)'.
› पहला केस: '1 = (m2 - 1/2) / (1 + m2/2)' => '1 + m2/2 = m2 - 1/2' => '1 + 1/2 = m2 - m2/2' => '3/2

= m2/2' => 'm2 = 3'.

› दूसरा केस: '-1 = (m2 - 1/2) / (1 + m2/2)' => '-1 - m2/2 = m2 - 1/2' => '-1 + 1/2 = m2 + m2/2' => '-1/2 = 3m2/2' => 'm2 = -1/3'.

उत्तर – दूसरी रेखा की ढाल 3 या -1/3 होगी।

उदाहरण 6. अक्षों के समांतर और बिंदु (-2, 3) से जाने वाली रेखाओं के समीकरण ज्ञात कीजिए।

› पहला, हमें x-अक्ष के समांतर रेखा का समीकरण निकालना है। बिंदु (-2, 3) से जाने वाली रेखा में y-निर्देशांक 3 है।

› क्योंकि रेखा x-अक्ष के समांतर है, इसका मतलब उसका y-निर्देशांक हमेशा एक ही रहेगा, जो कि 3 है।

› तो x-अक्ष के समांतर रेखा का समीकरण होगा y = 3।

› दूसरा, हमें y-अक्ष के समांतर रेखा का समीकरण निकालना है। बिंदु (-2, 3) से जाने वाली रेखा में x-निर्देशांक -2 है।

› क्योंकि रेखा y-अक्ष के समांतर है, इसका मतलब उसका x-निर्देशांक हमेशा एक ही रहेगा, जो कि -2 है।

› तो y-अक्ष के समांतर रेखा का समीकरण होगा x = -2।

उत्तर – x-अक्ष के समांतर रेखा का समीकरण y = 3 और y-अक्ष के समांतर रेखा का समीकरण x = -2।

उदाहरण 7. उस रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिंदु (-2, 3) से होकर जाती है और जिसकी ढाल -4 है।

› यहाँ हमें दिया गया है कि बिंदु (x, y) = (-2, 3) है।

› और ढाल (m) = -4 है।

› अब हम बिंदु-ढाल रूप का सूत्र लगाएंगे: y - y = m (x - x)

› मान रखने पर: y - 3 = -4 (x - (-2))

› इसे हल करेंगे: y - 3 = -4 (x + 2)

› ब्रैकेट खोलेंगे: y - 3 = -4x - 8

› सारे पदों को एक तरफ ले आएंगे: 4x + y - 3 + 8 = 0

› अंतिम समीकरण: 4x + y + 5 = 0

उत्तर – रेखा का समीकरण 4x + y + 5 = 0 है।

उदाहरण 8. बिंदुओं (1, -1) और (3, 5) से होकर जाने वाली रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।

› सबसे पहले, दिए गए बिंदुओं को पहचानो: `(x, y) = (1, -1)` और `(x, y) = (3, 5)`।

› अब, दो-बिंदु रूप में रेखा के समीकरण का सूत्र लिखो: `(y - y) = [(y - y)/(x - x)] (x - x)`।

› सूत्र में `x, y, x, y` के मान रखो: `(y - (-1)) = [(5 - (-1))/(3 - 1)] (x - 1)`।

› इसे सरल करो: `(y + 1) = [(5 + 1)/(2)] (x - 1)`।

› तो यह बन गया `(y + 1) = [6/2] (x - 1)`।

› यानी `(y + 1) = 3 (x - 1)`।

› अब, इसे और सरल करो: `y + 1 = 3x - 3`।

› सभी पदों को एक तरफ ले आओ: `3x - y - 3 - 1 = 0`।

› तो, `3x - y - 4 = 0`। यह अभीष्ट समीकरण है।

उत्तर – रेखा का समीकरण है `3x - y - 4 = 0`।

उदाहरण 9. एक रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसकी ढाल 3/4 है और जो y-अक्ष को -2 पर काटती है।

› हमें रेखा की ढाल (m) दी गई है: m = 3/4।

› हमें y-अक्ष पर काटा गया अंतःखंड (c) दिया गया है: c = -2।

› ढाल-अंतःखंड रूप में रेखा का समीकरण होता है: y = mx + c।

› अब, m और c के मान समीकरण में रखेंगे।

› `y = (3/4)x + (-2)`

› `y = (3/4)x - 2`

› अगर हम इसे सरल रूप में लिखना चाहें, तो पूरे समीकरण को 4 से गुणा कर सकते हैं:

› `4y = 3x - 8`

› या फिर `3x - 4y - 8 = 0`

उत्तर – रेखा का समीकरण `y = (3/4)x - 2` या `3x - 4y - 8 = 0` है।

उदाहरण 10. एक रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए जो x-अक्ष पर -3 और y-अक्ष पर 2 का अंतःखंड बनाती है।

› यहाँ हमें दिया गया है कि x-अंतःखंड (x-intercept) 'a' = -3 है।

› और y-अंतःखंड (y-intercept) 'b' = 2 है।

› अंतःखंड रूप में रेखा का समीकरण होता है: `x/a + y/b = 1`।

› अब, 'a' और 'b' के मान इस सूत्र में रखेंगे।

› `x/(-3) + y/2 = 1`

› इसे हल करने के लिए, दोनों तरफ LCM लेंगे। -3 और 2 का LCM 6 होगा।

› `(2x)/(-6) + (3y)/6 = 1`

› `(-2x + 3y)/6 = 1`

› `-2x + 3y = 6`

› `2x - 3y + 6 = 0` (आप इसे `3y - 2x - 6 = 0` भी लखि सकते हैं, दोनों सही हैं)।

उत्तर – रेखा का समीकरण है `2x - 3y + 6 = 0`।

उदाहरण 11. समीकरण '4x = 5y - 7' को रेखा के व्यापक रैखिक समीकरण 'Ax + By + C = 0' के रूप में लिखिए।

› सबसे पहले, दिए गए समीकरण '4x = 5y - 7' को लिखो।

› अब, समीकरण के सभी पदों को एक तरफ ले आओ, ताकि दूसरी तरफ सिर्फ '0' बचे। '5y' को बाईं ओर लाएंगे तो '-5y' हो जाएगा, और '-7' को बाई ओर लाएंगे तो '+7' हो जाएगा।

› तो समीकरण बनेगा: '4x - 5y + 7 = 0'।

› अब इसकी तुलना 'Ax + By + C = 0' से करो।

› तो हमें मिलेगा: A = 4, B = -5, और C = 7।

उत्तर – समीकरण का व्यापक रूप है: 4x - 5y + 7 = 0, जिसमें A = 4, B = -5, और C = 7 है।

उदाहरण 12. बिंदु (3, -5) की रेखा 3x - 4y - 26 = 0 से दूरी ज्ञात कीजिए।

› सबसे पहले, दिए गए बिंदु और रेखा के समीकरण से मानों की तुलना करें। यहाँ, (x1, y1) = (3, -5) और रेखा का समीकरण 3x - 4y - 26 = 0 है।

› तो, A = 3, B = -4, और C = -26।

› अब दूरी के सूत्र में ये सभी मान रखेंगे: d = |Ax1 + By1 + C| / (A² + B²)।

› मान रखने पर: d = |(3)(3) + (-4)(-5) + (-26)| / (3² + (-4)²) मिलेगा।

› ऊपर गुणा करेंगे: d = |9 + 20 - 26| / (9 + 16)।

› इसे सरल करेंगे: d = |29 - 26| / (25)।

› तो, d = |3| / 5।

› और d = 3/5।

› तो, इस बिंदु की इस रेखा से दूरी '3/5 इकाई' है।

उत्तर – 3/5 इकाई

उदाहरण 13. समांतर रेखाओं 3x - 4y + 7 = 0 और 3x - 4y + 5 = 0 के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

› यहाँ दी गई रेखाएँ हैं: 3x - 4y + 7 = 0 और 3x - 4y + 5 = 0।

› इनकी तुलना Ax + By + C1 = 0 और Ax + By + C2 = 0 से करने पर, हमें मिलता है: A = 3, B = -4, C1 = 7, C2 = 5।

› दूरी का सूत्र है: d = |C1 - C2| / (A² + B²)।

› सूत्र में मान रखने पर: d = |7 - 5| / (3² + (-4)²)।

› इसे हल करने पर: d = |2| / (9 + 16) = 2 / 25 = 2 / 5।

› तो, समांतर रेखाओं के बीच की दूरी 2/5 इकाई है।

उत्तर – 2/5 इकाई

बोर्ड परीक्षा के लिए ख़ास

• यह भाग सीधे तौर पर बोर्ड परीक्षा में बड़े प्रश्न के रूप में नहीं आता, पर इसके बिना आगे के प्रश्न हल करना असंभव है, इसलिए सूत्र याद करना और प्रयोग करना आना ज़रूरी है।

• यह अवधारणा बोर्ड परीक्षाओं के लिए बहुत महत्वपूर्ण है क्योंकि ढाल पर आधारित प्रश्न अक्सर पूछे जाते हैं। झुकाव और ढाल के बीच का संबंध और विभिन्न कोणों के लिए ढाल के मान याद रखें।

• यह सूत्र बोर्ड परीक्षाओं के लिए बहुत महत्वपूर्ण है। इस पर सीधे प्रश्न आते हैं और आगे के अध्यायों में भी इसका बहुत उपयोग होगा, इसलिए इसे ठीक से समझ कर याद कर लें।

• यह अवधारणा बोर्ड परीक्षाओं में 'दो रेखाओं के बीच संबंध' या 'अनजान निर्देशांक ज्ञात करने' वाले प्रश्नों में बहुत आती है, जहाँ एक रेखा की ढाल पता होती है और दूसरी का संबंध दिया होता है।

• यह सूत्र बोर्ड परीक्षा के लिए बहुत महत्वपूर्ण है! इस पर आधारित प्रश्न अक्सर आते हैं, खासकर जब आपको एक ढाल और कोण दिया हो और दूसरी ढाल निकालनी हो। 'absolute value' और दो 'cases' लेना कभी मत भूलना!

• यह अवधारणा बोर्ड परीक्षाओं में अक्सर छोटे प्रश्नों या बड़े प्रश्नों के एक हिस्से के रूप में पूछी जाती है। ध्यान से पढ़ना कि रेखा किस अक्ष के समांतर है और निर्देशांक क्या दिए हैं।

• यह सूत्र बोर्ड परीक्षाओं में सीधे प्रश्न के रूप में आता है या दूसरे बड़े सवालों का हिस्सा होता है, इसलिए इसे अच्छे से याद कर लें और इस पर आधारित कम से कम 3-4 प्रश्न ज़रूर हल करें।

• यह सूत्र बोर्ड परीक्षाओं में सीधे प्रश्न के रूप में आता है या दूसरे बड़े सवालों में एक कदम के तौर पर इस्तेमाल होता है, इसलिए इसे अच्छे से याद करना।

• यह सूत्र बोर्ड परीक्षा में छोटे सवालों में सीधा पूछा जा सकता है, या बड़े सवालों का हिस्सा बन सकता है, इसलिए इसे याद रखना और इस्तेमाल करना अच्छे से सीख लो।

• यह सूत्र अक्सर छोटे प्रश्न या बड़े प्रश्नों के एक भाग के रूप में पूछा जाता है। अंतःखंडों को सही जगह रखना सबसे महत्वपूर्ण है।

• यह रूप समझना बहुत जरूरी है क्योंकि आगे चलकर हम 'एक बिंदु की रेखा से दूरी' और 'दो समांतर रेखाओं के बीच की दूरी' जैसे सूत्रों में इसी व्यापक समीकरण का उपयोग करेंगे, इसलिए इसे पहचानना और इसमें बदलना आना चाहिए।

• यह सूत्र बोर्ड एग्ज़ाम के लिए बहुत महत्वपूर्ण है। इस पर आधारित सीधे सवाल या बड़े सवालों में इसका इस्तेमाल करने वाले प्रश्न अक्सर आते हैं, तो इस सूत्र को अच्छे से याद और अभ्यास कर लेना।

• यह सूत्र 'board exams' में सीधे 'direct formula-based questions' के लिए बहुत महत्वपूर्ण है। अक्सर 2-3 नंबर का एक प्रश्न इस पर आ जाता है।

एक नज़र में रिवीज़न

› दूरी सूत्र, विभाजन सूत्र, त्रिभुज क्षेत्रफल सूत्र याद करें।

› झुकाव (x-अक्ष से वामावर्त); ढाल m = tan

› दो बिंदुओं (x1, y1), (x2, y2) की ढाल m = (y2-y1)/(x2-x1)

› समांतर: m1 = m2। लंबवत: m1 * m2 = -1।

› दो रेखाओं के बीच कोण: tan = |(m2 - m1) / (1 + m1 * m2)|

› x-अक्ष || रेखा: y=const; y-अक्ष || रेखा: x=const

› y - y = m (x - x) जहाँ (x, y) बदि और m ढाल है।

› दो बिंदुओं (x, y) और (x, y) से जाने वाली रेखा का समीकरण: (y - y) = [(y - y)/(x - x)] (x - x)

› ढाल m, y-अंतःखंड c => रेखा का समीकरण: y = mx + c

› x-अंतःखंड 'a', y-अंतःखंड 'b' वाली रेखा का समीकरण: x/a + y/b = 1

› Ax + By + C = 0 रेखा का व्यापक समीकरण; A, B, C अचर।

› बिंदु (x1, y1) से रेखा Ax+By+C=0 की दूरी: d = |Ax1+By1+C|/(A²+B²)

› दो समांतर रेखाओं Ax+By+C1=0, Ax+By+C2=0 के बीच दूरी: |C1-C2|/(A²+B²)